

۳۷- یکی از تکرارهای برنامه‌ریزی پارامتریک به شرح زیر است. تحت کدام شرایط، جواب بهینه است؟

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
X_1	1			5	2	28
X_2		1		-2	1	3
X_3			1	1	-1	4
Z				$2\theta - 2$	$-\theta + 4$	$2\theta + 12$

- (۱) $0 \leq \theta \leq 5$
 (۲) $0 \leq \theta \leq 4$
 (۳) $-6 \leq \theta \leq 4$
 (۴) $1 \leq \theta \leq 4$

۳۸- در مسأله مقابل، ثانویه مسأله به ترتیب دارای چند متغیر

$$\max z = 10x_1 + 5x_2$$

$$x_1 - 3x_2 \leq 3$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 10$$

$$x_2 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

و چند محدودیت است؟

- (۱) ۲ و ۳
 (۲) ۲ و ۳
 (۳) ۲ و ۲
 (۴) ۳ و ۳

۳۹- جدول نهایی یک مسأله برنامه‌ریزی خطی، داده شده است. جواب بهینه مسأله اولیه و ثانویه کدامند؟

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
X_1	1			$1+M$	2	28
X_2		1		3	1	3
X_3			1	1	-1	4
Z					-2	5

(۱) $(y_1 = 0, y_2 = 2)$ و $(X_1 = 3, X_2 = 4, X_3 = 5)$

(۲) $(y_1 = 1, y_2 = 2)$ و $(X_1 = 3, X_2 = 4, X_3 = 5)$

(۳) $(y_1 = 1+M, y_2 = 2)$ و $(X_1 = 3, X_2 = 4, X_3 = 5)$

(۴) $(y_1 = 0, y_2 = 0)$ و $(X_1 = 3, X_2 = 4, X_3 = 5)$

۴۰- تغییر مقادیر سمت راست در یک برنامه خطی، ممکن است در کدام یک از موارد زیر، اثر بگذارد؟

- (۱) بهینگی
 (۲) موجه بودن و بهینگی
 (۳) موجه بودن
 (۴) هیچ کدام

۶۰۱-۶۰۱

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)



جمهوری اسلامی ایران
 وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
 سازمان سنجش آموزش کشور

صبح پنج‌شنبه

۹۱/۰۳/۱۱

دفترچه ۱ از دو دفترچه

**آزمون تخصصی دوره‌های کارشناسی ارشد
 آموزش الکترونیکی (مجازی)
 دانشگاه صنعتی امیرکبیر - سال ۱۳۹۱**

عنوان رشته‌ها:

- ۱- مهندسی سیستم‌های اقتصادی و اجتماعی (کد ۱۰۶)
 ۲- مهندسی مالی (کد ۱۰۹)

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی داوطلب:

مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	توضیحات
۱	آمار و احتمال مهندسی	۲۰	۱	۲۰	پاسخ به سوالات هر ۲
۲	تحقیق در عملیات ۱	۲۰	۲۱	۴۰	درس، اجباری است.

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سوالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

خرردادماه سال ۱۳۹۱

آمار و احتمال مهندسی:

- ۱- دو جامعه نرمال مستقل از یکدیگر هر کدام با واریانس مساوی 4 مفروضند. یک نمونه تصادفی مستقل 5 تایی از جامعه اول و یک نمونه تصادفی مستقل 9 تایی از جامعه دوم در دست است. $Var(S_1^2, S_2^2)$ چقدر است؟
 (1) S_1^2 واریانس نمونه اول و S_2^2 واریانس نمونه دوم است.
 (1) 254 (2) 225 (3) 224 (4) 64

- ۲- در یک نمونه‌گیری از یک جامعه با توزیع نرمال یک فاصله اطمینان تقریبی 95% برای انحراف معیار σ ، به صورت $\left(\frac{16S}{17.96}, \frac{16S}{14.04}\right)$ است. با فرض بزرگ بودن n و $z_{0.025} = 1.96$ ، مقدار n کدام است؟
 (1) 32 (2) 64 (3) 128 (4) 256

- ۳- برآوردکننده نااریب λ^2 بر اساس یک نمونه تصادفی n تایی از یک توزیع پواسون با پارامتر λ ، کدام است؟
 (1) $\sum (X_i - \bar{X})^2$ (2) $\bar{X}^2 - \frac{\bar{X}}{n}$ (3) \bar{X}^2 (4) $\frac{X^2}{n}$

- ۴- اگر X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی سه تایی از متغیر تصادفی X با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند و $U = \bar{X}$ و $V = \frac{3}{4}\bar{X} + \frac{1}{4}X_1$ باشد، کارآیی V نسبت به U کدام است؟
 (1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{7}{8}$ (3) $\frac{8}{9}$ (4) $\frac{9}{8}$

- ۵- در یک نمونه‌گیری تصادفی از جامعه نرمال، کمترین مقدار MSE در میان برآوردکننده‌های به فرم $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{k}$ برای σ^2 برای چه مقداری از k است؟
 (1) $n+1$ (2) n (3) $n-1$ (4) n^2-1

- ۶- صدک 30 ام داده‌های زیر، کدام است؟

دسته	10-20	20-30	30-40	40-50
f_i	5	10	8	7

 (1) 24 (2) 39 (3) 25 (4) 27

- ۲۸- در صورتی که تمام ضرایب تابع هدف یک برنامه خطی دو برابر شوند، مقادیر شبه‌قیمت مسأله چه تغییری خواهند کرد؟

- (1) دو برابر می‌شوند. (2) نصف می‌شوند. (3) صفر می‌شوند. (4) تغییری نمی‌کنند.
 ۲۹- با توجه به مسأله مقابل. قیمت سایه‌ای محدودیت اول مسأله، کدام است؟ $\max z = 10x_1 + 4x_2 + 5x_3$
 (1) 0 (2) 7.4 (3) 2 (4) 3
 $5x_1 - 7x_2 + 2x_3 \geq 50$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$

- ۳۰- یک مسأله برنامه‌ریزی خطی با متغیرهای صفر و یک که دارای 10 متغیر و 5 محدودیت است. چه تعداد جواب اعم از موجه و غیرموجه دارد؟

- (1) بی‌نهایت (2) حدود 1000 (3) 5 (4) 2
 ۳۱- در یک مسأله برنامه‌ریزی خطی، در جواب نهایی یکی از متغیرهای مصنوعی دارای مقدار غیرصفر است. کدام مورد، در خصوص این مسأله، صحیح است؟
 (1) به دلیل اشتباه محاسباتی، جواب قابل قبول نیست.
 (2) دارای منطقه موجه جواب نیست.
 (3) دارای جواب چندگانه است.
 (4) جواب قابل قبول است.

- ۳۲- چه ماتریسی، وارون پذیر است؟
 (1) رتبه سطری، بزرگ‌تر از رتبه ستونی باشد. (2) رتبه سطری از رتبه ستونی، کوچک‌تر باشد.
 (3) رتبه سطری و ستونی، برابر باشد. (4) هیچ کدام

- ۳۳- اگر وارون ماتریس متناظر با ستون داده‌های متغیرهای اساسی یک مرحله B^{-1} باشد. چگونگی محاسبه مقدار تابع هدف، کدام است؟

- (1) $B^{-1}b$ (2) $C_B B^{-1}a_j$ (3) $C_B B^{-1}N - C_N$ (4) $C_B B^{-1}b$
 ۳۴- جواب بهینه مسأله زیر، کدام است؟
 $\max z = 10x_1 + 8x_2 + 5x_3$
 $3x_1 + 6x_2 - x_3 \geq 30$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$
 (1) 35 (2) 40 (3) 80 (4) 100

- ۳۵- اگر در یک مسأله برنامه‌ریزی خطی با m محدودیت و n متغیر، تمام متغیرهای تصمیم‌گیری دارای جد فوقانی u_j باشند و در نظر داشته باشیم به کمک سیمپلکس عادی مسأله را حل کنیم، تعداد متغیرهایی که به مسأله افزوده می‌شود، کدام است؟

- (1) n (2) $2n$ (3) m (4) $n+m$
 ۳۶- با در نظر گرفتن مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر، اگر جواب بهینه بر مبنای متغیرهای اساسی X_1 و X_2 برابر 116 باشد، مقادیر C_1 و C_2 کدام است؟
 $\max z = C_1x_1 + C_2x_2$
 $3x_1 + 2x_2 \leq 36$
 $2x_1 + 4x_2 \leq 40$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
 (1) $C_2 = 6$ و $C_1 = 5$ (2) $C_2 = 10$ و $C_1 = 7$
 (3) $C_2 = 5$ و $C_1 = 6$ (4) $C_2 = 7$ و $C_1 = 10$

۱۱- اگر $\max L = \prod_{i=1}^n f(x_i; \hat{\theta})$ و $\max L_0 = \prod_{i=1}^n f(x_i; \hat{\theta}_0)$ در نظر گرفته شود، آماره نسبت درست‌نمایی Λ کدام است؟

(۱) $\frac{\max L_0}{\max L + \max L_0}$

(۲) $\frac{\max L_0}{\max L}$

(۳) $\frac{\max L}{\max L_0}$

(۴) $\frac{\max L}{\max L + \max L_0}$

۱۲- توزیع حدی $-2 \ln \Lambda$ ، وقتی $n \rightarrow \infty$ ، کدام است؟

- (۱) t -استودنت با یک درجه آزادی
- (۲) مربع کای با یک درجه آزادی
- (۳) مربع کای با $n-1$ درجه آزادی
- (۴) نرمال استاندارد

۱۳- معادل تحلیل یک جدول $r \times c$ ، کدام است؟

- (۱) آزمون نسبت‌ها
- (۲) آزمون نیکویی برازش
- (۳) آنالیز واریانس
- (۴) آزمون استقلال

۱۴- در یک آزمون نیکویی برازش، فرض صفر آن عبارت است از: داده‌ها از یک توزیع نرمال استاندارد پیروی می‌کند و مقدار $\chi^2 = \sum_{i=1}^{12} \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i}$ با توجه به اندازه نمونه که 36 تایی است، درجه آزادی برای آماره آزمون چقدر است؟

- (۱) 11
- (۲) 12
- (۳) 9
- (۴) 35

۱۵- در تحلیل یک جدول توافقی که نشان داده است بین دو متغیر تحت بررسی وابستگی وجود دارد، قوت آن را با ضریب توافقی نشان می‌دهند. اگر $f = \sum \sum f_{ij}$ باشد، ضریب توافقی کدام است؟

(۱) $f + \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + f}}$

(۲) $\sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + f}}$

(۳) $\sqrt{\frac{1 + \chi^2}{\chi^2 + f}}$

(۴) $f + \sqrt{\frac{1}{2 + f/\chi^2}}$

۱۶- سیستمی شامل سه دستگاه A، B و C است. هر دستگاه مستقل از دیگری با احتمال p کار می‌کند. اگر حداقل یک دستگاه کار کند، کل سیستم کار می‌کند. در غیر این صورت، سیستم از کار می‌افتد. اگر بدانیم الان سیستم در حال کار است، با چه احتمالی حداقل یکی از دستگاه‌های A و B کار می‌کنند؟

(۱) $\frac{1 - (1-p)^3}{1 - (1-p)^2}$

(۲) $1 - (1-p)^3$

(۳) $1 - (1-p)^2$

(۴) $\frac{2-p}{3-3p+p^2}$

۱۷- دو جعبه شماره‌گذاری شده 1 و 2 داریم و d توپ شماره‌گذاری شده از 1 تا d در این دو جعبه قرار دارند. آزمایش بدین صورت است که یک عدد تصادفی بین 1 و d انتخاب کرده و آن توپ را از جعبه خودش در جعبه مقابل قرار می‌دهیم. اگر x تعداد توپ‌ها در حالت اولیه باشد، تابع احتمال y تعداد توپ‌های جعبه 1 در آزمایش بعدی، کدام است؟

(۱) $f(y) = \begin{cases} 1 + \frac{x}{d}; & \text{if } y = x - 1 \\ 1 - \frac{x}{d}; & \text{if } y = x + 1 \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases}$

(۲) $f(y) = \begin{cases} \frac{x}{d}; & \text{if } y = x - 1 \\ 1 - \frac{x}{d}; & \text{if } y = x + 1 \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases}$

(۳) $f(y) = \begin{cases} 1 + \frac{x}{d}; & \text{if } y = x - 1 \\ 1 - \frac{x}{d}; & \text{if } y = x + 1 \\ \frac{d-x}{d}; & \text{otherwise} \end{cases}$

(۴) $f(y) = \begin{cases} \frac{x}{d}; & \text{if } y = x - 1 \\ 1 - \frac{x}{d}; & \text{if } y = x + 1 \\ \frac{d-x}{d}; & \text{otherwise} \end{cases}$

۱۸- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از یک توزیع یکنواخت روی بازه (0,1) باشد، توزیع اولین آماره ترتیب کدام است؟

- (۱) مثلثی
- (۲) بتا با پارامتر (1, n-1)
- (۳) بتا با پارامتر (1, n)
- (۴) نرمال

۱۹- اگر متغیرهای تصادفی X و Y دارای چگالی توأم $f(x, y) = 8e^{-2(x+2y)}$; $x > 0, y > 0$ باشد، $E(X | Y = y)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{7}{2}$

۲۰- اگر حداقل چهار قسمت از پنج قسمت یک ماشین، برای کار کردن ماشین نیاز باشد و طول عمر هر قسمت مستقل از دیگری دارای تابع چگالی نمایی با میانگین 1 باشد، احتمال این که این ماشین بیش از یک واحد زمان عمر کند، چقدر است؟

- (۱) $5e^{-4} - 3e^{-5}$
- (۲) $3e^{-4} - 4e^{-5}$
- (۳) $5e^{-5} - 4e^{-4}$
- (۴) $5e^{-4} - 4e^{-5}$

تحقیق در عملیات ۱:

۲۱- مسأله زیر، دارای چند جواب بهینه است؟

$$\max z = 3x_1 + 4x_2$$

$$6x_1 + 5x_2 \leq 8$$

$$12x_1 + 16x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- (۱) یک
(۲) شش
(۳) بی‌نهایت
(۴) صفر

۲۲- کدام مورد، در خصوص مسأله برنامه‌ریزی زیر، صحیح است؟

$$\max z = 10x_1 + 8x_2$$

$$6x_1 + x_2 \leq 8$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- (۱) تبهکن است.
(۲) بدون جواب است.
(۳) دارای یک جواب بهینه است.
(۴) دارای بی‌نهایت جواب بهینه است.

۲۳- مقادیر (a,b,c,d) در تابلوی بهینه زیر، کدام است؟

	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	RHS
X ₁	1				3
S ₂				1	5
Z		b	c		d

(۱) (1,2,3,-60)

(۲) (0,2,3,60)

(۳) (1,2,-3,60)

(۴) (1,2,3,60)

۲۴- شبه‌قیمت برای یک محدودیت چیست؟

(۱) مقدار تغییر سود به ازای تغییر سهم استفاده از منبع

(۲) مقدار تغییر تابع هدف به ازای میانگین تغییر سطح منابع در محدودیت‌ها

(۳) مقدار افزایش تابع هدف به ازای یک واحد افزایش در موجودی منبع موردنظر

(۴) میزان کاهش تابع هدف به ازای یک واحد افزایش در موجودی منبع موردنظر

۲۵- کدام عبارت، برای استخراج مسأله ثانویه برای فرم حداقل کردن، صحیح است؟

(۱) به ازای هر متغیر مثبت در اولیه، یک متغیر مثبت در ثانویه اضافه می‌شود.

(۲) به ازای هر متغیر آزاد در مسأله اولیه، یک محدودیت به فرم تساوی در مدل ثانویه اضافه می‌شود.

(۳) به ازای هر متغیر منفی در اولیه، یک محدودیت نامساوی در ثانویه اضافه می‌شود.

(۴) هیچ‌کدام

۲۶- جواب اولیه مسأله حمل و نقل زیر، بر مبنای کدام روش به دست آمده است؟

جواب اولیه				
	1	2	3	
1			10	10
2	10	20		30
3	10		10	20
	20	20	20	60

مقادیر هزینه				
	1	2	3	
1	10	11	5	10
2	3	1	12	30
3	4	9	7	20
	20	20	20	60

(۴) موارد ۲ و ۳

(۳) حداقل هزینه

(۲) تخمین فوگل

۲۷- کدام موضوع، در یک مدل شبکه، صادق است؟

(۱) در صورت صحیح بودن مقادیر سمت راست، جواب‌های مدل صحیح خواهند شد.

(۲) در صورت صفر شدن تابع هدف، حداقل یک متغیر اساسی غیرصفر وجود دارد که در دو جهت جریان دارد.

(۳) در صورت صفر شدن مقدار سمت راست یک محدودیت، هیچ جریانی از کره متناظر آن محدودیت عبور نخواهد کرد.

(۴) هیچ‌کدام

۷- اگر X_1, X_2, \dots, X_{16} یک نمونه تصادفی به اندازه 16 از یک توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2

باشد، در این صورت، امید ریاضی متغیر تصادفی $U = \frac{(X_{16} - \mu)^2}{\sum_{i=1}^{15} (X_i - \mu)^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{15}\sigma^2$

(۲) $\frac{1}{13}$

(۳) $\frac{1}{15}$

(۴) $\frac{1}{13\sigma^2}$

۸- به چند طریق، می‌توان از شرکتی که 3 نوع تلویزیون تولید می‌کند، 8 دستگاه تلویزیون خرید؟

(۱) $\binom{3}{8}$

(۲) $\binom{8}{3}$

(۳) $\binom{11}{3}$

(۴) $\binom{10}{2}$

۹- از 4 نامه که به آدرس یک شرکت پست شده است، فقط 3 تای آن به شرکت رسیده و یکی از آن‌ها گم

شده است. همچنین می‌دانیم که k تا از این نامه‌ها مهم و (4-k) تا غیرمهم طبقه‌بندی شده‌اند، ضمن

این‌که فقط 2 نامه مهم به شرکت واصل شده است. برآورد ماکزیمم درست‌نمایی k چقدر است؟

- (۱) 4
(۲) 1
(۳) 3
(۴) 2

۱۰- اگر X_i ها، متغیرهای تصادفی مستقل‌نمایی با میانگین $\frac{1}{\lambda_i}$ باشند ($i = 1, 2, \dots, n$)، توزیع اولین آماره

ترتیبی کدام است؟

(۱) توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}$

(۲) توزیع نمایی با میانگین $\sum_{i=1}^n \lambda_i$

(۳) توزیع گاما با پارامتر $\alpha = \sum_{i=1}^n \lambda_i$, $\beta = 2$

(۴) توزیع گاما با پارامتر $\alpha = \sum_{i=1}^n \lambda_i$, $\beta = n$

راهنمایی: با توجه به اطلاعات زیر، به سوال‌های ۱۱ و ۱۲ پاسخ دهید.

فرض کنید که با یک نمونه‌گیری تصادفی n تایی از یک توزیع با چگالی $f(x; \theta)$ که $\theta \in \Omega$ ، بخواهیم

آزمون زیر را انجام دهیم و برآورد ماکزیمم درست‌نمایی پارامتر θ برای آن دسته از θ ها در ω برابر $\hat{\theta}$

و برآورد ماکزیمم درست‌نمایی پارامتر θ برای آن دسته از θ ها در Ω برابر $\hat{\theta}$ باشد.

$$(\omega \cup \omega' = \Omega), (\omega \cap \omega' = \varnothing)$$

9

$$\begin{cases} H_0 : \theta \in \omega \\ H_1 : \theta \in \omega' \end{cases}$$